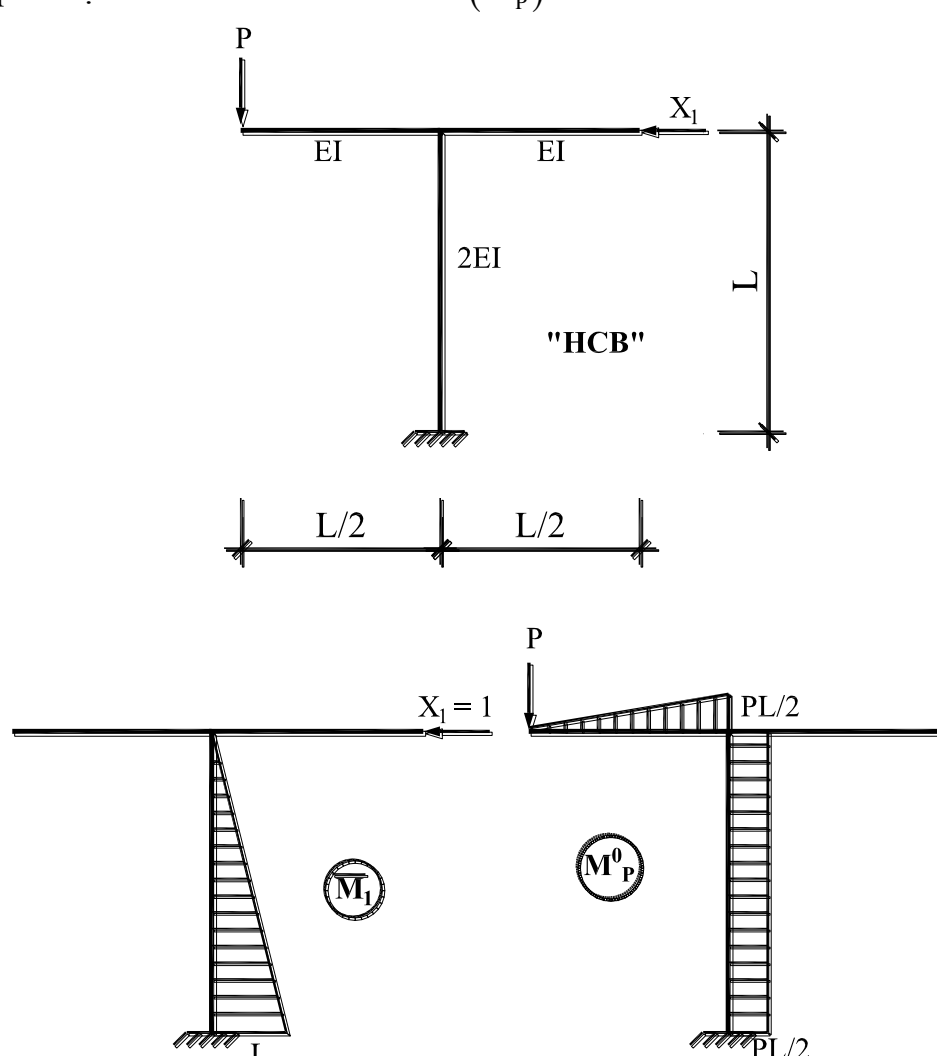
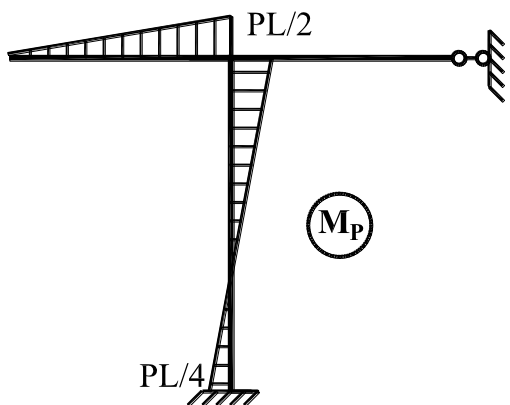
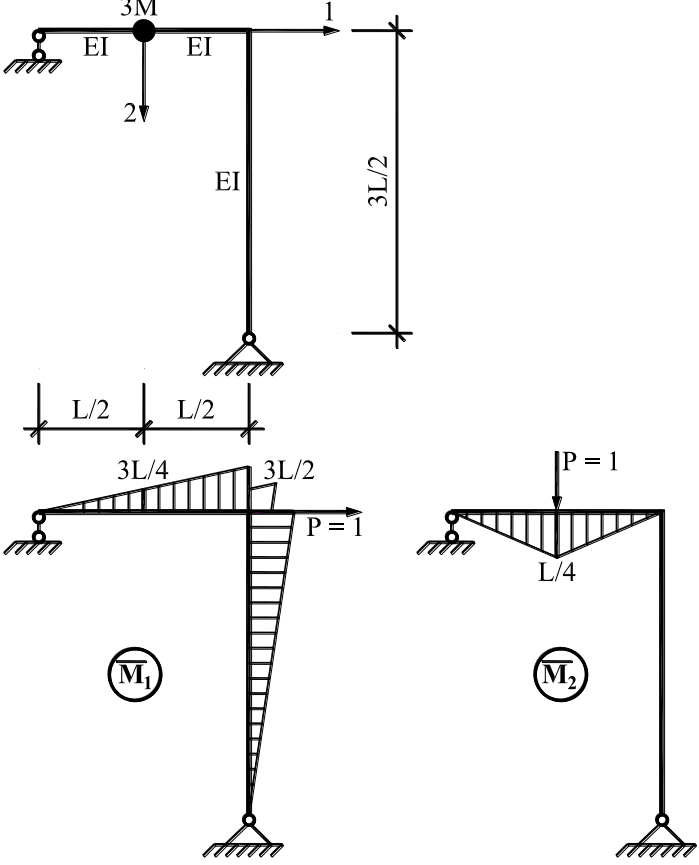


Câu	Phần	Nội dung	Điểm
1			5,0đ
	a	<p><b>Tần số dao động riêng</b></p> <p>Đặt lực <math>P</math> tại vị trí khối lượng <math>M</math> theo phương đứng để xác định phản lực <math>X</math> và vẽ biểu đồ mômen (<math>M_p</math>)</p>  <p>(Hệ cơ bản 0,25đ; biểu đồ mômen (<math>\overline{M}_1</math>) 0,50đ; biểu đồ mômen (<math>M_p^0</math>) 0,50đ)</p>	1,25
		Phương trình chính tắc: $\delta_{11}^* \times X_1 + \Delta_{1P}^* = 0$	0,25
		$\delta_{11}^* = \frac{1}{2EI} \times L \times L \times L \times \frac{1}{3} = \frac{L^3}{6EI}$	0,25
		$\Delta_{1P}^* = \frac{1}{2EI} \times \frac{1}{2} \times L \times L \times \frac{PL}{2} = \frac{PL^3}{8EI}$	0,25

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
		$\Rightarrow X_1 = -\frac{\Delta_{IP}^*}{\delta_{11}^*} = -\frac{3}{4}P$	0,25
		<p>Vẽ biểu đồ mômen <math>(M_p) = (\overline{M}_1) \times X_1 + (M_p^0)</math></p> 	0,50
		Xem lực $P = 1$ để xác định chuyển vị đơn vị.	0,50
		$\delta_{11} = \frac{(M_p) \times (M_p)}{EI} = \frac{1}{2EI} \times \frac{L}{6} \times \left[ 2 \left( \frac{L}{2} \times \frac{L}{2} + \frac{L}{4} \times \frac{L}{4} \right) - \frac{L}{2} \times \frac{L}{4} - \frac{L}{4} \times \frac{L}{2} \right]$ $+ \frac{1}{EI} \times \frac{L}{2} \times \frac{L}{2} \times \frac{L}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{7L^3}{96EI}$ <p>(Hoặc tạo trạng thái “k” vẽ biểu đồ mômen <math>(\overline{M}_k)</math>, sau đó nhân hai biểu đồ <math>(\overline{M}_k)</math> với <math>(M_p)</math> để tìm <math>\delta_{11}</math>)</p>	
		$\omega = \sqrt{\frac{g}{Q \times \delta_{11}}} = \sqrt{\frac{g}{Q} \times \frac{96EI}{7L^3}}$	0,25
		$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{981}{100} \times \frac{96 \times 2,1 \times 10^4 \times 3460}{7 \times (400)^3}} = 12,3589 \text{ s}^{-1}$	0,50
	<b>b</b>	<b>Chu kỳ dao động</b>	<b>0,50</b>
		$T = \frac{2\pi}{\omega}$	0,25
		$T = \frac{2\pi}{12,3589} = 0,5084 \text{ s}$	0,25
	<b>c</b>	<b>Tần số kỹ thuật</b>	<b>0,50</b>
		$n = \frac{60}{T}$	0,25
		$n = \frac{60}{0,5084} = 118,0173 \text{ (1/ phút)}$	0,25
<b>2</b>			<b>5,0đ</b>
	<b>a</b>	<b>Ma trận mềm, ma trận khối lượng</b>	<b>1,75</b>

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
		<p>Đặt lực đơn vị <math>P = 1</math> tại vị trí khối lượng theo phương 1 và phương 2, vẽ biểu đồ mômen <math>(\overline{M}_1), (\overline{M}_2)</math></p> 	0,50
		$\delta_{11} = \frac{(\overline{M}_1) \times (\overline{M}_1)}{EI} = \frac{3L}{2} \times \frac{3L}{2} \times \frac{L}{3EI} + \frac{3L}{2} \times \frac{3L}{2} \times \frac{3L}{2 \times 3EI} = \frac{15L^3}{8EI}$	0,25
		$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{(\overline{M}_1) \times (\overline{M}_2)}{EI} = -\frac{3L}{4} \times \frac{L}{4} \times \frac{L}{2 \times 3EI} - \frac{L}{2 \times 6EI} \times \frac{L}{4} \left( 2 \times \frac{3L}{4} + \frac{3L}{2} \right)$ $= -\frac{3L^3}{32EI}$	0,25
		$\delta_{22} = \frac{(\overline{M}_2) \times (\overline{M}_2)}{EI} = 2 \times \left( \frac{L}{4} \times \frac{L}{4} \times \frac{L}{2 \times 3EI} \right) = \frac{L^3}{48EI}$	0,25
		<p>Ma trận mềm:</p> $[F] = \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \end{bmatrix} = \frac{L^3}{96EI} \begin{bmatrix} 180 & -9 \\ -9 & 2 \end{bmatrix}$	0,25
		<p>Ma trận khối lượng:</p> <p>+ <math>\Sigma m_i</math> theo phương 1: <math>m_1 = 3M</math></p> <p>+ <math>\Sigma m_i</math> theo phương 2: <math>m_2 = 3M</math></p> $[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$	0,25

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
	<b>b</b>	<b>Tần số dao động riêng</b>	<b>2,25</b>
		Phương trình tần số viết dưới dạng ma trận: $\left[ [F][M] - \frac{1}{\omega^2}[E] \right] = 0 \quad \text{Đặt } A = [F][M] - \frac{1}{\omega^2}[E] \quad (*)$	0,25
		$\Rightarrow A = \frac{ML^3}{96EI} \begin{bmatrix} 180 & -9 \\ -9 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} - \frac{1}{\omega^2} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	0,25
		$\Leftrightarrow A = \frac{ML^3}{96EI} \times \begin{bmatrix} 540 - u & -27 \\ -27 & 6 - u \end{bmatrix} \quad \text{với } u = \frac{1}{\omega^2} \times \frac{96EI}{ML^3} \quad (**)$	0,50
		$(*) \Leftrightarrow  A  = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 540 - u & -27 \\ -27 & 6 - u \end{bmatrix} = 0$ <p>Khai triển định thức thu được phương trình: <math>u^2 - 546u + 2511 = 0</math></p>	
		Giải phương trình, ta được: $u_1 = 541,3617 \quad \text{và} \quad u_2 = 4,6383$	0,25
		$(**) \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{1}{u_i} \times \frac{96EI}{ML^3}}$	0,25
		$\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{u_1} \times \frac{96EI}{ML^3}} = \sqrt{\frac{1}{541,3617} \times \frac{96 \times 20}{0,042}} = 9,1893 \text{ s}^{-1}$	0,25
		$\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{u_2} \times \frac{96EI}{ML^3}} = \sqrt{\frac{1}{4,6383} \times \frac{96 \times 20}{0,042}} = 99,2765 \text{ s}^{-1}$	0,25
		Tần số dao động riêng (sắp xếp tăng dần theo $\omega$ ): $\omega = \begin{Bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 9,1893 \\ 99,2765 \end{Bmatrix} \text{ s}^{-1}$	0,25
	<b>c</b>	<b>Ma trận dạng dao động riêng</b>	<b>1,00</b>
		Xác định dạng dao động riêng: $\{\varphi_i^*\} = -[B_{11}]^{(i)-1} \{B_1\}^{(i)} = -\frac{-27}{6 - u_i}$ $(***)$	0,25
		Chọn chuyển vị tại vị trí theo phương 1 bằng 1, nghĩa là $\varphi_{11} = 1$ và $\varphi_{12} = 1$	0,25
		Với $u_1 = 541,3617$ và $u_2 = 4,6383$ thay vào (***) $\Rightarrow \begin{cases} \varphi_{21} = -0,0504 \\ \varphi_{22} = 19,8281 \end{cases}$	0,25
		Ma trận các dạng dao động riêng: $[\varphi] = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -0,0504 & 19,8281 \end{bmatrix}$	0,25